

NIZOVI

1. Dakić III.1.4. Napiši deseti član u nizu $\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[6]{2}, \dots$.
R: $\frac{1}{2}$
2. Dakić III.5.1. Opći član niza je $a_n = \sin \frac{n \cdot \pi}{3}$. Odredi 15., 25. i 35. član niza.
R: $a_{15} = 0, a_{25} = \frac{\sqrt{3}}{2}, a_{35} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. Dakić III.13.3. Dopiši sljedeći član niza $\sqrt[6]{3}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{3}, \dots$.
R: $\sqrt[3]{9}$
4. Dakić, Elezović-str.81/15 Zbroj triju uzastopnih članova aritmetičkog niza iznosi 33. Njihov je umnožak jednak 1287. Odredi te brojeve.
R: 9,11,13 ili 13,11,9
5. Dakić, Elezović-str.81/16 Zbroj prvih triju članova aritmetičkog niza iznosi 27, a zbroj njihovih kvadrata jednak je 275. Koji je to niz?
R: 5,9,13,... ili 13,9,5,...
6. Dakić, Elezović-str.81/19 Četiri pozitivna broja uzastopni su članovi aritmetičkog niza s razlikom 2. Umnožak tih brojeva jednak je 19305. Koji su to brojevi?
R: 9,11,13,15
7. Dakić, Elezović-str.81/22 Koliko ima prirodnih brojeva manjih od 1000 koji nisu djeljivi niti s 5, niti sa 7?
R: Ima ih 686
8. Dakić, Elezović-str.81/25 U nekom aritmetičkom nizu je $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{11} = 72$. Koliko je $a_1 + a_6 + a_{11}$?
R: To je 36.
9. Dakić, Elezović-str.81/26 Zbroj prvih n članova aritmetičkog niza iznosi 750. Ako je prvi član niza 64, a razlika niza $d = -2$, koliki je n ?
R: $n_1 = 15, n_2 = 50$
10. Dakić, Elezović-str.82/33 U aritmetičkom nizu a_1, a_2, a_3, \dots je $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$. Odredi S_{19} .
R: $S_{19} = 1064$
11. Dakić, Elezović-str.82/36 U aritmetičkom je nizu zbroj trećeg i sedmog člana jednak 10. Odredi zbroj prvih devet članova toga niza.
R: $S_9 = 45$

12. Dakić, Elezović-str.82/41 Koliki je zbroj svih prirodnih brojeva manjih od 5000, a djeljivih s 19?

$$R: S_{263} = 659604$$

13. Dakić, Elezović-str.87/12 U geometrijskom je nizu drugi član za pet veći od prvoga, a četvrti za trideset veći od drugoga. Koji je to niz?

$$R: a_1 = -\frac{5}{4}, q = -3 \text{ ili } a_1 = 5, q = 2$$

14. Dakić, Elezović-str.88/17 Zbroj prvih triju članova geometrijskog niza jednak je 28, a zbroj triju sljedećih 3,5. Odredi osmi član u ovom nizu.

$$R: a_8 = \frac{1}{8}$$

15. Dakić, Elezović-str.88/23 U geometrijskom nizu od sedam članova zbroj prva tri člana jednak je 26, a zbroj tri posljednja 2106. Odredi niz.

$$R: a_1 = \frac{26}{7}, q = -3 \text{ ili } a_1 = 2, q = 3$$

16. Dakić, Elezović-str.88/24 Zbroj triju brojeva koji su uzastopni članovi geometrijskog niza iznosi 39, a zbroj njihovih dekadskih logaritama jednak je 3. Koji su to brojevi?

$$R: 25, 10, 4 \text{ ili } 4, 10, 25$$

17. Dakić, Elezović-str.88/29 Zbroj drugog i četvrtog člana geometrijskog niza iznosi 30, a njihov je umnožak jednak 144. Odredi zbroj prvih devet članova ovoga niza.

$$R: a_1 = 48, q = \frac{1}{2}, S_9 = \frac{1533}{16} \text{ ili } a_1 = 3, q = 2, S_9 = 1533 \text{ ili}$$

$$a_1 = -3, q = -2, S_9 = -513 \text{ ili } a_1 = -48, q = -\frac{1}{2}, S_9 = -\frac{513}{16}$$

18. Dakić, Elezović-str.89/47 Tri broja, kojih je zbroj 21, čine aritmetički niz. Ako drugom oduzmemo 1, a trećem dodamo 1, dobit ćemo tri broja koji čine aritmetički niz. Koji su to brojevi?

$$R: 3, 7, 11 \text{ ili } 12, 7, 2$$

19. Dakić, Elezović-str.89/48 Zbroj prvih triju članova rastućeg aritmetičkog niza jednak je 15. Ako od prva dva oduzmemo po 1, a trećem dodamo 1, dobit ćemo tri uzastopna člana geometrijskog niza. Odredi zbroj prvih deset članova aritmetičkog niza.

$$R: 3, 5, 7, \dots \text{ i } S_{10} = 120$$

20. Dakić, Elezović-str.89/50 Prvi članovi aritmetičkog i geometrijskog niza jednaki su 2, treći članovi su jednaki, a drugi se razlikuju za 4. Odredi ove nizove ako su im članovi pozitivni brojevi.

$$R: A \dots 2, 10, 18 \text{ i } G \dots 2, 6, 18$$

21. Dakić, Elezović-str.89/52 Zbroj prva tri člana geometrijskog niza iznosi 91. Ako im dodamo redom 25,27 i 1, dobijemo tri uzastopna člana aritmetičkog niza. Odredi sedmi član u geometrijskom nizu.

$$\text{R: u prvom nizu } G...63,21,7,... a_7 = \frac{7}{81}, \text{ a u drugom}$$

$$G...7,21,63,... a_7 = 5103$$

22. Dakić, Elezović-str.89/53 Tri broja, čiji je zbroj 114, uzastopni su članovi geometrijskog niza ili prvi, četvrti i dvadesetpeti član aritmetičkog niza. Odredi te brojeve.

$$\text{R: } G...38,38,38 \text{ ili } G...2,14,98$$

23. III.1.6. Od četiri broja prva tri su uzastopni članovi geometrijskog, a posljednja tri aritmetičkog niza. Zbroj dvaju krajnjih brojeva jednak je 21, a zbroj dvaju srednjih 18. Koji su to brojevi?

$$\text{R: } 3,6,12,18 \text{ ili } \frac{75}{4}, \frac{45}{4}, \frac{27}{4}, \frac{9}{4}$$

24. III.5.4. Četiri su broja uzastopni članovi geometrijskog niza. Koji su to brojevi ako je zbroj dvaju srednjih 18, a zbroj dvaju krajnjih 27?

$$\text{R: } 3,6,12,24 \text{ ili } 24,12,6,3$$

25. III.6.3. Devet brojeva čine geometrijski niz. Zbroj prva tri iznosi 21, a posljednja tri 1344. Odredi prvi član i količnik ovog niza.

$$\text{R: } a_1 = 3, q = 2 \text{ ili } a_1 = 7, q = -2$$

26. III.9.4. Zbroj prvog i četvrtog člana geometrijskog niza iznosi 27, a zbroj drugog i trećeg jednak je 18. Odredi prvi član i količnik tog niza.

$$\text{R: } a_1 = 3, q = 2 \text{ ili } a_1 = 24, q = \frac{1}{2}$$

27. III.14.2. Za koje realne brojeve x su brojevi $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x+1}, \frac{1}{x-1}$ prvi, drugi i treći član aritmetičkog niza? Odredi a_{50} .

$$\text{R: } x = -5, \text{ niz je } -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, a_{50} = \frac{15}{4}$$

28. III.14.5. Prvi članovi aritmetičkog i geometrijskog niza su jednaki 3, drugi član aritmetičkog niza veći je za 6 od drugog člana geometrijskog niza, a treći su članovi jednaki. Koji su to nizovi?

$$\text{R: } A_1...3,3,3, A_2...3,15,27, G_1...3,-3,3, G_2...3,9,27$$

29. III.15.2. Koliko članova aritmetičkog niza 2,5,8,...treba zbrojiti kako bi zbroj bio veći od 100?

$$\text{R: } n \text{ veći od 8; treba zbrojiti barem 9 članova niza}$$

LIMES NIZA

1. Dakić, Elezović: Matematika 4, str.97/8

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2})$ (1)
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n^2} - \frac{2}{n} - 3)$ (-3)
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{5n^2 + n - 1}$ ($\frac{3}{5}$)
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n + 1}{1 + n - n^2}$ (-1)
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n}{3n^2 - n - 2}$ (0)
- f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 - n + 1)(n^2 - n - 1)}{2n(1 - n^3)}$ ($-\frac{1}{2}$)
- g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3n}{2 + 3,5n} \cdot \frac{2n^2 - n + 4}{3n - 0,8n^2}$ ($\frac{15}{7}$)
- h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)(n+2)}{(n+3)(n+4)(n+5)}$ (1)
- i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{(n+2)(n+3)(n+4)}$ (0)
- j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!}$ (0)

2. Dakić, Elezović: Matematika 4, str.97/9

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{3n-1}$ ($\frac{2}{3}$)
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n + 1}{2n^2 - n + 5}$ ($\frac{3}{2}$)
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + n}{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n}}$ (1)
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^3 - 2n} + n}{n^2 + n}$ (0)
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n + 0,5^n}{2^n - 3^n + 0,5^n}$ (-1)
- f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-2}}{2^n - 2}$ ($\frac{1}{4}$)

3. Dakić, Elezović: Matematika 4, str.97/10

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+2}}$ (1)

$$\text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1}} \quad (1)$$

$$\text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \quad (0)$$

$$\text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) \quad (1)$$

$$\text{g) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + n}}{n + 2} \quad (0)$$

$$\text{h) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{n+1}) \quad (0)$$

$$\text{i) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - 2}{n + \sqrt{n+1}} \quad (0)$$

$$\text{j) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 5n + 1} - \sqrt{n^2 - n}) \quad (3)$$

4. Dakić, Elezović: Matematika 4, str.97/11

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2}} \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - n}{\sqrt{n+1} + n} \quad (-1)$$

$$\text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - n^2 + 1}) \quad \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}} - \sqrt{n}) \quad \left(\frac{1}{2}\right)$$

5. Dakić, Elezović: Matematika 4, str.98/12

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^n}{3^n - 2^n} \quad (1)$$

$$\text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n-1}}{3^n - 2} \quad \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{4^n - 6^n + 9^n} \quad (0)$$

$$\text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{\frac{1}{n}} - 1}{\frac{1}{2^n} + 1} \quad (0)$$

$$\text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + 2^n} \quad (2)$$

$$\text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{1 + 3^n} \quad (0)$$

$$\text{g) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 3^n + 1}{2 - 5 \cdot 3^n} \quad \left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$\text{h) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^n \quad (0)$$

$$\text{i) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n + 5^n}{2^n + 6^n} \quad (0)$$

6. a) Dakić, III.15.6.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} \quad (3)$$

b) Dakić, III.16.6.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - n \right) \quad (1)$$

7. Antoliš, Copić: Matematika 4 (Školska knjiga), 1. dio, str. 95/84

$$\text{g) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n^2-3} \quad (0)$$

$$\text{h) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n-3)}{(n-1)^2} \quad (0)$$

$$\text{i) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n} \cdot \frac{5-3n^2}{n+2} \right) \quad (-6)$$

$$\text{j) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4-n}{2n-1} \cdot \frac{n^2-2n}{3n^2+n-2} \right) \quad \left(-\frac{4}{3} \right)$$

$$\text{k) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} \quad (0)$$

$$\text{l) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)!}{n!} \quad (0)$$

$$\text{m) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)^4}{(n+2)^3} \quad (\infty)$$

$$\text{n) } \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \left(1 + \frac{1}{n} \right)^2 \quad (\infty)$$

8. Antoliš, Copić: Matematika 4 (Školska knjiga), 1. dio, str. 95/85

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2}}{n} \quad (0)$$

$$\text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-3}}{\sqrt{4n-1}} \quad \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^2-2}}{n} \quad (\sqrt{3})$$

$$\text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2n^3+1}}{n} \quad (\sqrt[3]{2})$$

$$\text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{2n^4 - 3}}{\sqrt{3n^2 - 1}} \quad \left(\sqrt[4]{\frac{2}{9}} \right)$$

$$\text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} + 3}{n - \sqrt{n} + 1} \quad (0)$$

9. Antoliš, Copic: Matematika 4 (Školska knjiga), 1. dio, str. 95/86

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n+1}) \quad (0)$$

$$\text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n+5} - \sqrt{3n-2}) \quad (0)$$

$$\text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 5n + 1} - \sqrt{n^2 + n}) \quad (2)$$

$$\text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 2n - 3}) \quad (1)$$

$$\text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n-1} + \sqrt{n}) \quad (\infty)$$

$$\text{f) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n}}{n+2} + \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n}} \right) \quad (0)$$

MONOTONOST NIZOVA

1. Ispitaj monotonost nizova :

$$\text{a) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = \frac{2-n}{3n+2}. \quad (\text{padajući})$$

$$\text{b) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = \frac{2-n}{1+n}. \quad (\text{padajući})$$

$$\text{c) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = 2n-3. \quad (\text{rastući})$$

$$\text{d) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = \frac{n-1}{n+1}. \quad (\text{rastući})$$

$$\text{e) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = -3 + (-1)^n. \quad (\text{niti raste niti pada})$$

$$\text{f) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = \frac{1}{n!}. \quad (\text{padajući})$$

$$\text{g) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = n(n+1). \quad (\text{rastući})$$

$$\text{h) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = 1 + (-1)^n. \quad (\text{niti raste niti pada})$$

$$\text{i) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = 2^n - 1. \quad (\text{rastući})$$

$$\text{j) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = \frac{3n+2}{5}. \quad (\text{rastući})$$

$$\text{k) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = \frac{1}{n^2+1}. \quad (\text{padajući})$$

$$\text{l) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = \frac{n^2+1}{n+2}. \quad (\text{rastući})$$

$$\text{m) Ispitaj monotonost niza } (a_n) \text{ kojemu je opći član } a_n = 2^n - n. \quad (\text{rastući})$$

- n) Ispitaj monotonost niza (a_n) kojemu je opći član $a_n = \frac{2^{n-2}}{2^n - 2}$. (padajući)
- o) Ispitaj monotonost niza (a_n) kojemu je opći član $a_n = \frac{n+2}{2^n}$. (padajući)
- p) Ispitaj monotonost niza (a_n) kojemu je opći član $a_n = \frac{2^n}{1+3^n}$. (padajući)
- r) Ispitaj monotonost niza (a_n) kojemu je opći član $a_n = \frac{2n^2-1}{n^2+2}$. (rastući)
- s) Ispitaj monotonost niza (a_n) kojemu je opći član $a_n = 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}$. (padajući)

2. a) Dakić, III.3.6.

Dokaži da je niz s općim članom $a_n = \frac{e^n}{(n+1)!}$ padajući.

b) Dakić, III.4.6.

Dokaži da je niz s općim članom $a_n = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{n!}$ rastući.

c) Dakić, III.13.6.

Dokaži da je niz s općim članom $a_n = \frac{3^n}{1+3^{2n}}$ padajući.

d) Dakić, III.14.6.

Dokaži da je niz s općim članom $a_n = \frac{1}{2^n + 2^{-n}}$ padajući.