ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE

3. ožujka 2011.

BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE:
  - ZADACI 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10: **3 BODA**
  - ZADATAK 8: **2 BODA**
- IZOSTANAK RJEŠENJA:
  - SVI ZADACI: **1 BOD**
- POGREŠNO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: **0 BODOVA**

ZADATAK	**BROJ BODOVA**	**MAX BODOVA**
1.		39
2.		30
3.		45
4.		27
5.		12
6.		36
7.		15
8.		48
9.		27
10.		9
UKUPNO		**288**

Zadatak 1.

Koristeći se samo osnovnim pravilima, dopunite sljedeći dokaz iskazima i, desno, potpunim opravdanjima! U opravdanjima upotrijebite 'pretp.' za 'pretpostavka', 'u' za 'uvodenje', 'i' za 'isključenje', 'op' za 'opetovanje' i poveznike $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ (npr. 'u$\wedge$' za 'uvodenje konjunkcije')!

1		pretp.
2		pretp.
3		. . . / . . .
4		. . . / . . .
5		. . . / . . .
6		. . . / . . .
7		. . . / . . .
8	$A \vee \neg A$	. . . / . . .

Zadatak 2.

Odgovorite s DA ili NE na sljedeća pitanja:

1. Pojmovi 'otac' i 'majka' međusobno su ukršteni? __________
2. Pojmovi 'sestra' i 'strina' međusobno su ukršteni? __________
3. Pojmovi 'satnik' i 'general' međusobno su ukršteni? __________
4. Pojmovi 'satnik' i 'general' međusobno su razdvojeni? __________
5. Pojam 'metal' nadređen pojmu 'legura'? __________
6. Pojmovi 'infracrven' i 'ultraljubicast' međusobno su kontradiktorni? __________
7. Pojam 'zlato' nadređen pojmu 'metal'? __________
8. Pojmovi 'bos' i 'obuven' međusobno lišidbeni? __________
9. Pojmovi 'bijel' i 'crn' međusobno suprotni? __________
10. Pojam 'led' podređen pojmu 'H_2O'? __________

Zadatak 3.

Nadopunite istinitosno stablo (iskazima s kvačicom ili bez nje, brojkama, križićima ili kružićima) i sljedeći iskaz, te odgovorite je li taj iskaz valjan.

$$\boxed{\qquad\qquad \leftrightarrow (\qquad\qquad)}$$

Priznaje se samo cijeli redak u stablu, zajedno s opravdanjem.

1	______________________________		
	/ \		
2	$R \to \neg S$ ✓	____________ ✓	1
3	$\neg(S \to \neg R)$ ✓	____________ ✓	1
4	____________	|	_____
5	____________ ✓	|	_____
6	____________	|	_____
	/ \	|	
7	________ ________	|	_____
	_____ _____	|	
8		R	_____
9		________ ✓	_____
10		S	_____
		/ \	
11		________ ________	_____
		_____ _____	

Iskaz __________ valjan.
(Tekstualni se odgovor priznaje ako i samo ako je prvi dio zadatka točno riješen.)

Zadatak 4.

Zadan je sljedeći iskaz:

$$P \to (Q \to R)$$

Dopunite na prazne crte donje iskaze na najkraći mogući način tako da dobijete iskaze koji su ekvivalent zadanoga iskaza! Pripazite da konjunkcija i disjunkcija uvijek budu dvočlane!

1. $\neg P\_\_\_\_(Q\_\_\_\_R)$
2. $\_\_\_\_ \vee (\_\_\_\_ \vee R)$
3. $\_\_\_\_ \to (\neg Q \vee \_\_\_\_)$
4. $\_\_\_\_ \vee \neg(\_\_\_\_\neg R)$
5. $\neg(P\_\_\_\_(Q\_\_\_\_\neg R))$
6. $(\neg P\_\_\_\_\neg Q)\_\_\_\_(\neg P\_\_\_\_R)$
7. $\neg(P\_\_\_\_) \vee (\_\_\_\_ \vee \_\_\_\_)$
8. $\neg(P \wedge Q) \vee \neg(\_\_\_\_ \wedge \_\_\_\_)$
9. $\_\_\_\_((P \wedge Q)\_\_\_\_(P \wedge \neg R))$

Zadatak 5. (bodovi: $4 \times 3 = 12$)

Neka je $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ skup prirodnih brojeva. Za svaki $m \in \mathbb{N}$ (svaki m koji je član $\mathbb{N}$) vrijedi da je oblika $2n$ (nazivamo ga parnim brojem) ili $2n+1$ (nazivamo ga neparnim brojem), pri čemu $n \in \mathbb{N}$. Ako uzmemo proizvoljan $k \in \mathbb{N}$, onda broj k ne može biti oblika $2n$ i u isto vrijeme oblika $2n + 1$ za neki fiksni faktor n, znači da k ili nije paran (oblika $2n$), ili nije neparan (oblika $2n + 1$). Slijedi da k nije prirodan broj.

a) Zaokruži sve što vrijedi za zadani zaključak:

- Dobro je primjenjen *modus ponens*.
- Zaključak je neodlučljiv.
- Dobro je primjenjen *modus tollens*.
- Zaključak nije valjan.
- Zaključak je valjan.
- Ništa od navedenog.

b) Zadani zaključak ima (zaokruži točan odgovor):

- Dvije neistovrijedne premise
- Tri neistovrijedne premise
- Četri neistovrijedne premise
- Pet neistovrijedne premisa

c) Promijenimo dio zaključka:

(...), znači da k *nije paran (oblika* $2n$*), ni neparan (oblika* $2n + 1$*).* Slijed da (zaokruži točan odgovor):

- ne slijedi ništa.
- k je prirodan broj.
- k nije član skupa $\mathbb{N}$
- k je paran i neparan

d) Koji je od sljedećih sudova sadržan u izvornom tekstu, gdje '$m \in \mathbb{N}$' znači 'm je član skupa $\mathbb{N}$', '$m \notin \mathbb{N}$' znači 'm nije član skupa $\mathbb{N}$', a 'Pm' znači 'm je paran broj' (zaokruži točan odgovor)?

- $m \in \mathbb{N} \wedge \neg(Pm \rightarrow Pm)$
- $m \notin \mathbb{N} \wedge \neg\neg(Pm \rightarrow Pm)$
- $m \notin \mathbb{N} \vee \neg\neg(Pm \rightarrow Pm)$
- $m \in \mathbb{N} \wedge \neg(Pm \vee Pm)$

Zadatak 6.

Koristeći se samo osnovnim pravilima, dopunite sljedeći dokaz iskazima i, desno, potpunim opravdanjima! U opravdanjima upotrijebite 'pretp.' za 'pretpostavka', 'u' za 'uvođenje', 'i' za 'isključenje', 'op' za 'opetovanje' i poveznike $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ (npr. 'u$\wedge$' za 'uvođenje konjunkcije')!

1	$\neg P \vee Q$	pretp.
2		pretp.
3		pretp.
4		pretp.
5	P	. . . / . . .
6		. . . / . . .
7		. . . / . . .
8		pretp.
9		. . . / . . .
10		. . . / . . .
11	$P \rightarrow Q$	. . . / . . .

Zadatak 7.

Za sve iskaze P i Q, definiramo novi logički poveznik '|' na sljedeći način:

$$P|Q =_{def} \neg P \vee \neg Q$$

Koristeći samo simbole $|, A, B, (,)$ zapišite sljedeće iskaze:

1. $\neg A \equiv$ ________________________________
2. $A \vee A \equiv$ ________________________________
3. $A \wedge A \equiv$ ________________________________
4. $A \rightarrow B \equiv$ ________________________________
5. $A \wedge \neg(B \rightarrow A) \equiv$ ________________________________

Napomena: Svaki zapisani iskaz nužno mora sadržavati simbol '|'!

Zadatak 8.

1.	2.
Ništa lijepo nije odbojno.	Ništa lijepo nije odbojno.
Neke umjetnine su odbojne.	Neke umjetnine nisu odbojne.
????	????

Dolje navedeni iskazi su prijedlozi za konkluziju gornjih zaključaka. Upišite **DA** uz one iskaze koji bi zaključak učinili valjanim, u protivnom upišite **NE**!

Zaključci ne trebaju biti shvaćeni isključivo kao kategorički silogizmi.

/	**Konkluzija**	**1.**	**2.**
1.	Nešto lijepo nisu umjetnine.		
2.	Neke umjetnine su lijepe.		
3.	Neke umjetnine su odbojne.		
4.	Nešto odbojno jesu umjetnine.		
5.	Neke umjetnine nisu odbojne.		
6.	Nešto odbojno nisu umjetnine.		
7.	Ništa odbojno nije lijepo.		
8.	Sve je ne-lijepo ili ništa nije odbojno.		
9.	Neke umjetnine su odbojne ili sve umjetnine su odbojne.		
10.	Nešto ne-odbojno su umjetnine.		
11.	Nešto lijepo je odbojno samo ako su sve umjetnine odbojne a neke i lijepe.		
12.	Ako nešto odbojno nije ne-lijepo, onda neke umjetnine nisu umjetnine.		

Zadatak 9.

Reducirajte skup iskaza $\Gamma = \{\neg P \to \neg Q, (Q \to R) \to (C \vee A), \neg(Q \to R), A \wedge \neg P, ((Q \to P) \leftrightarrow \neg R) \wedge (A \vee P)\}$ na minimalni skup Δ ($\Delta \subseteq \Gamma$) iz kojeg slijedi zadani iskaz ili napišite 'NE' ako iz Γ ne slijedi taj iskaz. Za neki skup Δ kažemo da je minimalan skup iz kojeg slijedi neki iskaz P ako i samo ako su potrebni svi članovi skupa Δ da bi iskaz P slijedio iz Δ.

1. R
2. $P \to Q$
3. $Q \to P$
4. P
5. $A \leftrightarrow \neg Q$
6. $A \wedge \neg A$
7. $((P \to Q) \to P) \to P$
8. $(((A \to A) \to A) \to A) \to A$
9. $(A \to (B \to A)) \wedge (B \to B)$

Rješenja:

1. $\Delta =$ ____________________
2. $\Delta =$ ____________________
3. $\Delta =$ ____________________
4. $\Delta =$ ____________________
5. $\Delta =$ ____________________
6. $\Delta =$ ____________________
7. $\Delta =$ ____________________
8. $\Delta =$ ____________________
9. $\Delta =$ ____________________

Zadatak 10.

Neka '$x^\dagger$' znači 'sljedbenik od x'. Uz pomoć te funkcije sljedbenika, operaciju zbrajanja na prirodnim brojevima rekurzivno definiramo kao:

1. $x + 0 =_{def} x$
2. $x + y^\dagger =_{def} (x + y)^\dagger$

Koristeći samo simbole $x, y, +, \cdot, =_{def}, 0, (,),^\dagger$ rekurzivno definirajte množenje nad prirodnim brojevima.

1. ________________________ $=_{def} 0$
2. ________________________ $=_{def} x$
3. $x \cdot y^\dagger =_{def}$ ________________________

Napomena: Uočite svojstvo rekurzivne definicije: Prvo u (1.) definiramo početni slučaj, a u (2.) definiramo svaki sljedeći, ali jedan po jedan. Posebno uočite da smo u slučaju (2.) definirali zbroj nekog broja x i sljedbenika nekog broja y kao sljedbenik zbroja $x + y$.